

玉米叶片形态的几何造型研究

邓旭阳^{1,2)} 郭新宇¹⁾ 周淑秋²⁾ 郑文刚¹⁾

¹⁾(国家农业信息化工程技术研究中心,北京 100089) ²⁾(首都师范大学信息工程学院,北京 100037)

摘要 为了更好地进行玉米叶片几何造型模拟,基于对玉米叶片形态建成过程的观测研究,首先提取了玉米叶片形态结构和形态建成过程的主要特征,然后构建了参数化的玉米叶片几何模型。该模型用较少几个具有较明确的生物学意义的形态参数,就可实现玉米叶片形态和形变过程的矢量化,再结合 VC++ 和 OpenGL,就可在计算机上重现玉米叶片的虚拟生长,模拟结果表明,图像上的效果、产生的数据和实际叶片基本一致,从而为相关领域研究者提供了一个可视化的玉米叶片模型。该模型结构简单、易于交互、真实感强,可较好地模拟玉米叶片建成过程中的形态变化特征。

关键词 玉米叶片 形态建成 几何造型

中图分类号: TP391.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2005)05-0637-05

Study on the Geometry Modeling of Corn Leaf Morphological Formation

DENG Xu-yang^{1,2)}, GUO Xin-yu¹⁾, ZHOU Shu-qiu²⁾, ZHENG Wen-gang¹⁾

¹⁾(National Engineering Research Center for Information Technology in Agriculture, Beijing 100089)

²⁾(Capital Normal University, Information Engineering College, Beijing 100037)

Abstract Through close observation and research on the morphological formation, as well as growth rules of corn leaf, and combined with some knowledge in agriculture the mathematic model for changes on morphology in corn leaf was brought forward. By the meanings of techniques of Computer Graphics, VC++ and OpenGL, the 3-Dimensional Visualization of leaf morphological formation was realized on computers. The advantages of the model are as follows: the structure is simple, it is apt to be interactive, the images produced on computer with the model has high Sense of reality; and it can simulate the growing process of the corn leaf very well on computer.

Keywords corn leaf, morphological formation, geometry modeling

1 引言

当前,依托现代信息技术的虚拟作物研究正成为国内外农业科技发展的热点与方向。该技术通过虚拟作物在 3 维空间中的形态结构及生长发育过程,以可视化方式反映作物生长发育规律以及各种胁迫条件、人工干预条件对这些过程的影响,由于其具有真实感、可交互操作等特点,因此在农业科研、教学、生产等方面展示了良好的应用前景。虚拟作

物的关键技术之一是构建描述作物几何形态及形变的数学模型,以便在计算机上绘制出具有真实感的作物 3 维形态,进而展示其动态生长过程。目前,国内外对作物器官或个体进行有精确定义的几何造型及形变的研究还不多见。本文以玉米叶片为例,在综合国内外已有研究成果的基础上,提出了适合描述玉米叶片形态建成过程中形态变化的建模方法,并采用 VC++ 结合 OpenGL 在微机上,对玉米叶片在生长过程中的形态变化进行了仿真,其仿真效果与实际叶片的实测数据和拍摄的照片基本一致。

基金项目: 国家“863”高技术研究发展计划项目(2003AA209021);北京市科技新星项目(2003B14);北京市自然科学基金项目(4042015)

收稿日期: 2004-02-10; **改回日期:** 2004-11-27

第一作者简介: 邓旭阳(1980 ~),男。2002 年获首都师范大学学士学位,现为首都师范大学信息工程学院计算机应用专业硕士研究生。研究方向为虚拟现实。E-mail: guoxy@nercita.org.cn; xuyang_deng@126.com

2 玉米叶片形态建成过程中主要形态变化特征

玉米叶片形态建成是指玉米叶片从开始生长到叶片展开定型的形态变化过程。大家知道,鉴于玉米叶片在形态建成的不同时期形态差别较大(如图 1 所示),因此根据玉米叶片形态变化特征,可将玉米形态建成分为以下 4 个时期:①包裹生长期,指叶片开始伸长至叶尖开始展开前阶段,此期叶片为一卷曲成锥形体的曲面(见图 1(a)),其横截面是一螺旋线,而叶片的形态变化则表现为锥形体的拉伸过程;②叶尖直立展开期,此期叶脉空间曲线为一曲线(见图 1(b)),茎叶夹角为零,而叶片形态变化则表现为叶尖的解旋、展开及伸长;③叶片展开期,此期茎叶夹角逐渐变大,叶片继续伸长,并逐渐展开,其展开部分的叶边缘出现波浪状的褶皱(见图 1(c)、图 1(d));④叶片定型期,此期自叶舌出现(叶片基本停止伸长)至叶片完全展开建成(如图 1(e)所示)。

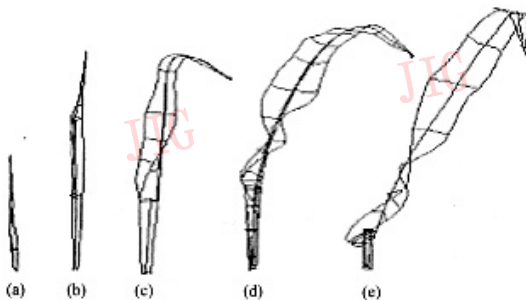


图 1 玉米叶片形态建成过程示意图

Fig. 1 The sketch map of form construction of corn leaf

3 玉米叶片 3 维形态的数学描述

由于玉米叶片的 3 维形态主要由叶脉空间走向、叶片叶形特征、叶片边缘特征、叶鞘形态及叶方位角所决定,因此要在计算机上再现具有真实感的玉米叶片,需构建出描述叶脉的空间曲线、叶形特征、叶缘特征及叶鞘形态的数学模型。

3.1 叶脉曲线的数学描述

叶脉曲线是玉米叶片 3 维形态的骨架,也是重构玉米叶片最基础的部分。当叶片未展开时,可将叶脉简化成一条垂直于茎基部的直线。当叶片完全展开时,叶脉呈一条光滑的 2 维曲线,常可用一般二

次方程来描述^[1]:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + G = 0 \quad (1)$$

由于应用式(1)只能描述某一瞬间叶脉曲线,不仅系数 A, B, C, D, E 和 G 不易确定,且无明确的生物学意义^[2],因此不适于描述玉米叶片的建成过程。

从物理学角度来说,由于可将某一时刻的叶脉空间走向看成一“斜抛运动”的轨迹,因此借助相关的物理学知识来描述叶脉的空间走向,可使问题得到较好地解决。

可以这样认为:某一时刻的叶脉曲线是具有某一初速度 V 的质点,由于受到重力的影响,因此在空间形成类似二次曲线的运动轨迹。如图 2 所示,假设叶脉的空间曲线位于 XOY 平面内,叶脉的起始点为坐标原点 O , L 为叶脉空间曲线的长度, l 为叶脉的水平投影长度, d_{\max}^{high} 为叶脉最大高度差, α 为叶脉起始点的切线与 X 轴的夹角,向量 G 表示物体所受到的重力,向量 V_t 表示 t 时刻的速度,则可由参数 $L, d_{\max}^{\text{high}}, \alpha$ 来确定叶脉曲线形状。

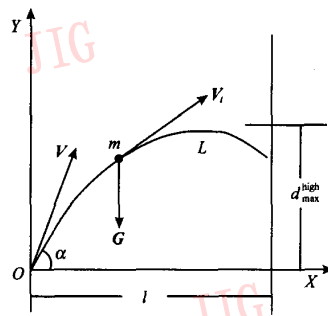


图 2 玉米叶片叶脉示意图

Fig. 2 The sketch map of corn leaf pulse

设叶脉上点 m 在 t 时刻的坐标为 (X_t, Y_t, Z_t) , 则可得到如下的一组公式:

$$\begin{cases} 2 \times g \times d_{\max}^{\text{high}} = V_y^2 \\ V_x = V \times \cos\alpha \\ V_y = V \times \sin\alpha \\ T = L/V_x \\ l = V_x \times t \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} X_t = V_x \times t \\ Y_t = V_y \times t - 0.5 \times g \times t^2 \\ Z_t = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中, V_x, V_y 为初速度 V 在 X 轴, Y 轴方向的速度分量, g 为重力加速度,大小为 9.8 , T 为质点运动时,水平位移 l 所需要的时间, t 的取值区间为 $[0, T]$ 。

由式(2)可以得到以下消去 t 的关于 X_t, Y_t 的函数表达式:

$$Y_t = X_t \times \tan\alpha - \tan^2\alpha \times \frac{X_t^2}{4 \times d_{\max}^{\text{high}}} \quad (4)$$

根据式(3)可以得到如下叶脉曲线长度的表达式:

$$L = \int_0^t \sqrt{1 + (Y_t')^2} dX_t \quad (5)$$

其中, Y_t' 为 Y_t 一阶导数。

从式(5)可以求出当叶脉长度为 L 时质点运动的时间 t , 此时可以根据式(2)求出 l , 再消去中间变元, 即可得到曲线的以下函数表达式:

$$\begin{cases} X_t = \sqrt{2 \times g \times d_{\max}^{\text{high}}} \times \cot\alpha \times t \\ Y_t = \sqrt{2 \times g \times d_{\max}^{\text{high}}} \times t - 0.5 \times g \times t^2 \\ Z_t = 0 \\ T = \frac{l}{\sqrt{2 \times g \times d_{\max}^{\text{high}}} \times \cot\alpha} \end{cases} \quad (6)$$

其中, α 为叶片的叶倾角, d_{\max}^{high} 为叶脉的垂直最大高度差, 从 $t=0$ 开始, 等步长地增加时间, 代入式(6)直到 $t=T$, 就可以得到叶脉曲线上的各个点。这样叶脉曲线就完全由参数 $L, d_{\max}^{\text{high}}, \alpha$ 决定, 这些参数不仅具有明确的农学意义, 而且可以从玉米叶片的农学模型中获取。由于基于“斜抛运动”的叶脉曲线模型可控性强, 且模型简单, 因此适合描述叶片的动态生长过程。当 $L, d_{\max}^{\text{high}}, \alpha$ 随着叶子的生长时间 t 而改变时, 即

$$\begin{cases} L = L \times (t + \Delta t) \\ \alpha = \alpha \times (t + \Delta t) \\ d_{\max}^{\text{high}} = d_{\max}^{\text{high}} \times (t + \Delta t) \end{cases} \quad (7)$$

则将式(6)和式(7)结合起来就可以得到动态变化的叶脉, 虽然本文提出的叶脉模型和实际玉米叶片的叶脉曲线相比是2维平面曲线, 但实际上它并不完全在一个平面中, 通过观察发现, 因实际叶脉的两个末端的方位角相差不大, 故本文采用近似的方法, 把叶脉曲线近似地看作是在一个2维平面中。

3.2 叶形的数学描述

玉米叶形由沿叶片伸展方向的叶宽变化决定, 叶宽与叶长之间的函数关系如式(8)所示^[3]:

$$\frac{w}{W_{\max}} = a \times \left(\frac{u}{L}\right)^2 + b \times \frac{u}{L} + c \quad (8)$$

其中, L 为叶片的长度, W_{\max} 为叶片的最大宽度, w 为叶片的长度为 u 处的叶片宽度, a, b, c 为参数。

3.3 叶边缘的数学描述

玉米叶片的叶缘特征由叶片展开部分和未展开

部分组成。随着叶片的展开, 展开部分叶缘逐渐产生波浪状的褶皱, 叶片未展开部分可近似为一个卷曲的锥面。设置参数 γ 用来表征叶片的展开情况, $\gamma = L_1/L, L$ 为叶脉长度, L_1 为展开部分叶脉长度。当 $\gamma=1$ 时, 叶片完全展开; 当 $\gamma=0$ 时, 则整个叶片边缘闭合, 为一卷曲的锥面。

3.3.1 展开部分的构建

如图3所示: 叶脉位于 XOY 平面内, 已知 N 点为叶脉上任意一点, M 点是过 N 点垂直 ON 的平面与叶边缘一侧的交点, α 为 MN 与 XOY 平面的夹角。由于叶脉上点的坐标可由上述的叶脉曲线公式中获得, 因此只要知道 α 和 $\|MN\|$ 的值, M 点就可以求出。设 N 点的坐标为 (X_N, Y_N, Z_N) , M 点的坐标为 (X_M, Y_M, Z_M) , 则 $\|MN\| = W$, 又设

$$l = \sqrt{X_N^2 + Y_N^2 + Z_N^2} \quad (9)$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha \quad (10)$$

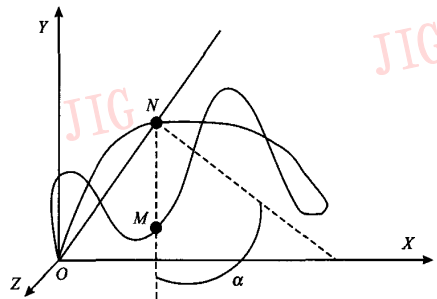


图3 玉米叶片叶边缘示意图

Fig. 3 The sketch map of corn leaf edge

图3简化的几何空间示意图如图4所示, 根据图中的几何关系就可以求出叶边缘上任意一点的空间坐标 (X_M, Y_M, Z_M) 如式(11)所示:

$$\begin{cases} X_M = \frac{l^2}{X_N} - \frac{Y_N^2}{X_N} + w \times \sin(\beta) \times \frac{Y_N}{l} \\ Y_M = Y_N - w \times \sin(\beta) \times \frac{X_N}{l} \\ Z_M = w \times \cos(\beta) \end{cases} \quad (11)$$

其中, β 决定了 M 点相对于 N 点和 XOZ 平面的相对位置, W 决定了 M 点相对于 N 点在 MN 方向的长度, 即叶片在这一点宽度, 假设把叶脉等间距地分为 $n-1$ 段, 即产生 n 个等分点, 则叶边缘一侧对应应有 n 个点, 并对应应有 n 个元素的角度序列和有 n 个元素的叶片宽度序列 $\{w_i\}$ 。

为了形成有波浪状的褶皱, 可以使用三角函数叠加的方法, 其产生的皱褶的个数由叠加的三角函

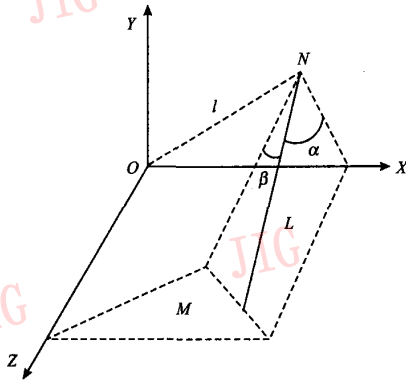


图 4 玉米叶片叶边缘上的任意一点的几何空间关系示意图

Fig. 4 The sketch map of one point in the edg of corn leaf

数的个数及其周期决定,令

$$\beta_i = \sum_{j=0}^m A_j \times \sin(\omega_j + \pi \times i/n_j) + \varphi_0 \quad (12)$$

其中, m 是叠加的三角函数的个数, A_j 是第 j 个三角函数的振幅, ω_j 是第 j 个三角函数的初相, n_j 决定了第 j 个三角函数的周期, φ_0 是一个初始的角度值。由式(12)就可以得到角度序列 $\{\beta_i\}$ 。由于是把叶脉长度等间距地分为 $n-1$ 段,所以可以把式(8)中的 $\frac{u}{L}$ 替换为 $\frac{i}{n}$ ($i=1,2,\dots,n$),于是可得到任一叶长处的叶片宽度

$$w_i = W_{\max} \times \left[\left(a \times \left(\frac{i}{n} \right)^2 \right) + b \times \left(\frac{i}{n} \right) + c \right] \quad (13)$$

由式(9)~式(13)和叶脉的曲线公式,即可求得展开部分带有波浪的叶边缘曲线上点的空间坐标。

3.3.2 叶片未展开部分的构建

玉米叶片的未展开部分可近似成一个卷曲的锥面,其横截面是一个螺线(如图5所示),图中 α 为螺线的极角, R_{\min} 为最小极径, R_{\max} 为最大极径, $P(X_p, Y_p, Z_p)$ 为螺线的中心,假设螺线的极径与极角成线性关系,并把螺线按角度均分为 n 段,则构成了 $n+1$ 个点的序列 $\{p_i\}$,设 p_i 点坐标为 $(X_{p_i}, Y_{p_i}, Z_{p_i})$,则有如下关系:

$$\begin{cases} X_{p_i} = X_p - (R_{\min} + i \times (R_{\max} - R_{\min})/n) \times \cos((360 - \alpha)/2 + i \times \alpha/n) \\ Y_{p_i} = Y_p \\ Z_{p_i} = Z_p - (R_{\min} + i \times (R_{\max} - R_{\min})/n) \times \sin((360 - \alpha)/2 + i \times \alpha/n) \end{cases} \quad (14)$$

若把螺线上极角为 $\alpha/2$ 的对应点和叶脉重合,

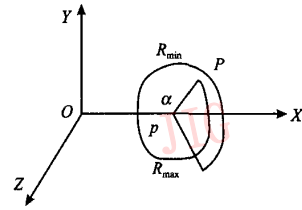


图 5 玉米叶片未展开部分横截面示意图

Fig. 5 The sketch map of crose section of corn leaf

则此螺线依附于叶脉上,然后以叶脉上的点作为螺线上极角为 $\alpha/2$ 的对应点,再结合螺线极径和中心的关系,并利用式(14)分别求出各个螺线上的点,则可得到未展开部分的叶片。

3.4 叶鞘的数学描述

在叶舌未出现前,叶鞘可被看作叶片未展开的一部分;而在叶舌出现后,尽管叶鞘形态日益明显,但叶鞘的建模方法仍与叶片未展开情况相似,不同之处在于其横截面螺线所依附的曲线为一条过叶脉基部点的垂直于茎基部的直线。

4 玉米叶片的虚拟生长

由以上提出的数学模型来构建出玉米叶片的3维形态需要以下参数:叶片长度 L ,叶片最大宽度 W_{\max} ,叶倾角 α ,垂直最大高度差 d_{\max}^{high} ,叶形参数 a 、 b 、 c ,叶片展开比例 γ ,叶边缘褶皱数目、叶方位角以及叶鞘长宽。以上这些参数在叶片形态建成的不同时期,均可以通过建立机理或经验的农学模型输出。基于农学模型输出的参数,利用上述数学模型即可描述出玉米叶片各个时刻的3维形态特征,然后借助于3维显示系统,即可实现玉米叶片的虚拟生长。

5 系统实现

基于以上建模思想,本文采用 VC++ 结合 OpenGL,在微机上开发出了软件系统。OpenGL 的前身是 SGI 公司为其图形工作站开发的 IRIS GL。IRIS GL 是一个工业标准的3维图形软件接口,其功能虽然强大,但是移植性不好,于是 SGI 公司便在 IRIS GL 的基础上开发了 OpenGL,而 OpenGL 2.0 标准的主要制订者并非原来的 SGI 公司,而是逐渐在 ARB 中占据主动地位的 3Dlabs。目前 OpenGL 已提供了一系列的绘制3维图形的函数,利用该系统就可实现玉米叶片的虚拟生长(见图6)。

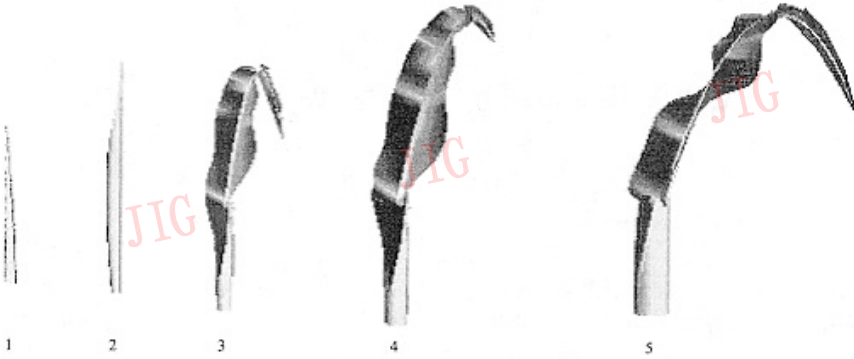


图6 计算机上重建的玉米叶片

Fig. 6 The leaves of corn realized on the computer

6 结 论

当前,国内外虚拟作物研究的发展方向是基于对作物生长过程中拓扑结构演变和几何形态变化规律的研究,其主要为了提取作物的生长规则和建立虚拟作物的动态模型^[4],用以反映作物的生长规律。以往的研究成果多集中在建立静态模型上^[5,6],由于这些模型的建立需要直接调用大量的测定数据,因此不适合反映作物形态结构的动态规律^[4]。本文通过对玉米叶片形态重建过程的观测研究,构建了描述玉米叶片形态变化的数学模型,模型中的形态参数具有较明确的生物学意义,还可以较好地与农学模型结合,用较少信息量即可实现玉米叶片形态重建的3维可视化,并具有较高的逼真性。同时,只要修改模型中的一些参数,就可以构建形态和玉米叶片相似的植物的叶片,如水稻,小麦等等,这说明本文提出的建模方法具有一定的通用性,从而为虚拟作物的动态模型研究提供了一种行之有效的思路和方法。

参考文献 (References)

1 Stewart D W, Dwyer L M. Mathematical characterization of maize

canopies [J]. *Agricultural and forest Meteorology*, 1993, **66**: 247 ~ 265.

2 GUO Yan, LI Baoguo. Mathematical description and three dimensional reconstruction of maize canopy [J]. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 1999, **10**(1):39 ~ 41. [郭焱,李保国. 玉米冠层的数学描述与三维重建研究[J]. *应用生态学报*, 1999, **10**(1): 39 ~ 41.]

3 Fournier C, Andrieu B. A 3D architectural and process-based model of maize development [J]. *Annals of Botany*, 1998, **81**(2): 233 ~ 250.

4 GUO Yan, LI Baoguo. New advances in virtual plant research [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2001, **46**(4):273 ~ 280. [郭焱,李保国. 虚拟植物的研究进展[J]. *科学通报*, 2001, **46**(4):273 ~ 280.]

5 Andrieu B, Ivanov N, Boissard P. Simulation of light interception from a maize canopy model constructed by stereo plotting [J]. *Agricultural and forest Meteorology*, 1995, **75**:103 ~ 119.

6 Zhang Jiaen, Huang Rui, Liu Chusheng, et al. Preliminary study on the visualization modeling of maize leaf structure [J]. *Journal of South China Agricultural University*, 2001, **22**(4):5 ~ 7. [章家恩,黄润,刘楚生等. 玉米株叶形态结构的可视化模拟初步研究[J]. *华南农业大学学报*, 2001, **22**(4):5 ~ 7.]